Statistische Physik

Präsenzübung, Blatt 5 **WiSe 2018/19** **15.11.2018**

[P13] Füllung von Orbitalen

Gegeben sei ein ideales Gas nicht unterscheidbarer fermionischer Teilchen bei Temperatur τ und chemischem Potential μ. Die Wahrscheinlichkeit $f(\epsilon)$ dafür, dass ein Energieniveau ϵ von einem Teilchen besetzt wird, ist durch die Fermi–Dirac Funktion

$$f(\epsilon) = \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{(\epsilon-\mu)/\tau}} \tag{1}$$

gegeben.

(a) Geben Sie eine exakte Form für $f(\epsilon)$ im Limes $\tau \to 0$ an, und beweisen Sie, dass Ihre Antwort richtig ist.

(b) Die Anzahl an Einteilchen-Energieniveaus unterhalb einer beliebigen Energie ϵ sei

$$G(\epsilon) = \epsilon \, \mathcal{D} \,, \tag{2}$$

wobei $\mathcal{D}$ eine Konstante ist. Drücken Sie das chemische Potential μ bei Temperatur $\tau = 0$ als Funktion der Teilchenzahl N aus.

[P14] Integration einer Differentialform

In einem klassischen ideales Gas sei die Teilchenzahl N konstant. Gesucht ist die Entropie $\sigma(\tau, V)$ als Funktion der Temperatur τ und des Volumens V. Verwenden Sie die differentielle Beziehung

$$d\sigma(U, V) = \frac{1}{\tau} dU + \frac{p}{\tau} dV \tag{3}$$

sowie die Zustandsgleichung $pV = N\tau$ und den Ausdruck für die Energie $U = \frac{3}{2} N\tau$. Drücken Sie zuerst $d\sigma$ in den Koordinaten (τ, V) aus. Integrieren Sie dann den gewonnenen Ausdruck entlang eines Weges, um $\sigma(\tau, V)$ bis auf einen konstanten Term zu bestimmen. Verifizieren Sie, dass das Differential Ihres Ergebnisses tatsächlich (3) ergibt, $d\sigma$ darum geschlossen und die Wegintegration wohldefiniert ist.